

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Todas las preguntas se calificarán sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

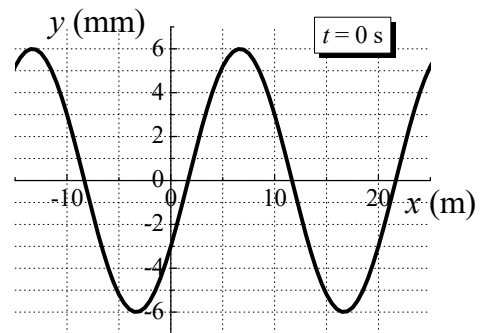
A.1 (2 puntos). El satélite UARS se puso en órbita en 1991 para estudiar la entrada y salida de energía en la atmósfera superior. Su masa era de 5800 kg y realizaba 15 órbitas diarias. En 2005, el satélite se quedó sin combustible y dejó de operar. Calcule:

- a) La altura sobre la superficie de la Tierra de dicho satélite cuando estaba en órbita.
- b) La energía total del satélite cuando estaba en órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6371 \text{ km}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

A.2 (2 puntos). Una onda armónica unidimensional se propaga a lo largo del sentido positivo del eje x con una velocidad de propagación de 1500 m s^{-1} , donde la gráfica adjunta muestra la elongación de la onda para el instante $t = 0 \text{ s}$.

- a) Determine el número de onda y la frecuencia angular de dicha onda.
- b) Obtenga la expresión matemática que represente dicha onda.



A.3 (2 puntos). Un electrón e^- , situado inicialmente en el origen de coordenadas, se mueve con una velocidad inicial, $\vec{v}_0 = 2\vec{i} \text{ m s}^{-1}$, en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 3\vec{k} \text{ T}$ y de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -\vec{i} \text{ N C}^{-1}$. Determine:

- a) La fuerza total sobre el electrón debida a los campos \vec{B} y \vec{E} , en el instante inicial.
- b) La diferencia de potencial entre los puntos $(0, 0, 0)$ y $(2, 0, 0) \text{ m}$, indicando el punto que está a mayor potencial. ¿Qué trabajo realiza la fuerza total que actúa sobre el electrón para desplazarlo desde el origen al punto $(2, 0, 0)$ a lo largo del eje x ?

Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

A.4 (2 puntos). Un objeto real está situado 20 cm delante de una lente delgada planoconvexa de 10 dioptrias de potencia e índice de refracción $n = 1,6$.

- a) Calcule el radio de curvatura de la cara esférica de la lente y la posición de la imagen.
- b) Si se utiliza la lente anterior como lupa, determine la posición en la que habría que situar el objeto para que la imagen formada fuera virtual y dos veces mayor.

A.5 (2 puntos). Un haz luminoso monocromático de 400 nm de longitud de onda, incide sobre un material cuyo trabajo de extracción para el efecto fotoeléctrico es de 2,5 eV. Determine:

- a) La energía cinética máxima de los electrones extraídos y su longitud de onda de de Broglie.

Si el haz incidente tiene una intensidad de $5 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$, determine:

- b) El número de fotones incidentes por unidad de tiempo y superficie y la energía por unidad de tiempo y de superficie de los electrones emitidos suponiendo que todos ellos salen con la energía cinética máxima.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa en reposo del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

B.1 (2 puntos). Unos astrónomos han descubierto un nuevo sistema solar, formado por una estrella de masa $6,0 \cdot 10^{30}$ kg, que desempeña el papel del sol, y un planeta que gira en torno a ella en una órbita circular, tardando 3 años terrestres en dar una vuelta completa.

- Determine la distancia a la que se encuentra el planeta del sol.
- Si en la superficie del planeta la aceleración de la gravedad es 15 m s^{-2} y la velocidad de escape es de $11,2 \text{ km s}^{-1}$, ¿cuánto valen la masa y el radio del planeta?

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

B.2 (2 puntos). Se mide el nivel de intensidad sonora de una sirena, considerada como foco puntual, a una distancia r alcanzando un valor de 50 dB. Al hacer la medición 50 m más cerca, en dirección radial, el nivel de intensidad medida es de 70 dB. Calcule:

- El valor de la distancia r .
- La intensidad de la onda sonora a esa distancia r y la potencia de la sirena.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

B.3 (2 puntos). Dos cargas puntuales de $+10 \text{ nC}$ y -10 nC se encuentran situadas en el plano xy en las posiciones $(0, -6) \mu\text{m}$ y $(0, 6) \mu\text{m}$, respectivamente. Calcule:

- El campo eléctrico y el potencial en la posición $(8, 0) \mu\text{m}$.
- El trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de $+5 \text{ nC}$ desde el punto $(8, 0) \mu\text{m}$ hasta la posición $(8, 6) \mu\text{m}$.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

B.4 (2 puntos). Un rayo de luz monocromático que se propaga por el medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,6$ con una longitud de onda 460 nm , incide sobre la superficie de separación con el medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,4$.

- Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la luz cuando se propaga en el segundo medio.
- Tras este segundo medio, la luz llega a un tercer medio de índice de refracción $n_3 = 1,2$ (ver figura). Determine el menor ángulo de incidencia del rayo en la superficie de separación entre los medios 1 y 2, para que, al llegar a la superficie de separación entre los medios 2 y 3, se inicie el fenómeno de la reflexión total. Explique en qué consiste este fenómeno.

Dato: Velocidad de luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

$n_1 = 1,6$	medio 1
$n_2 = 1,4$	medio 2
$n_3 = 1,2$	medio 3

B.5 (2 puntos). Un isótopo radiactivo utilizado en medicina nuclear tiene una vida media de 6 h. Si se inyectara inicialmente a un paciente una cantidad de 1 mg de dicho isótopo:

- Calcule el periodo de semidesintegración del isótopo y la masa que queda en el paciente al cabo de un día.
- Defina qué es un becquerel y obtenga la actividad de la muestra a las 24 h.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Masa atómica del isótopo, $M = 98,90 \text{ u}$.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

FÍSICA

- * Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- * Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- * En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- * Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- * Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
- * En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

Pregunta A.1 (2 puntos). El satélite UARS se puso en órbita en 1991 para estudiar la entrada y salida de energía en la atmósfera superior. Su masa era de 5800 kg y realizaba 15 órbitas diarias. En 2005, el satélite se quedó sin combustible y dejó de operar. Calcule:

- a) La altura sobre la superficie de la Tierra de dicho satélite cuando estaba en órbita.
- b) La energía total del satélite cuando estaba en órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6371 \text{ km}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

- a) El satélite realiza 15 órbitas diarias, por lo tanto podemos calcular su periodo

$$T = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{15} = 5760 \text{ s}$$

Al ser una órbita circular, y teniendo en cuenta la ley de gravitación universal, podemos calcular el radio de la órbita descrita por el satélite:

$$ma = G \frac{mM_T}{R^2} \rightarrow \frac{v^2}{R} = G \frac{M_T}{R^2} \rightarrow \frac{4\pi^2 R}{T^2} = G \frac{M_T}{R^2}$$
$$R = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = 6942701,05 \text{ m}$$

Finalmente calculamos la altura

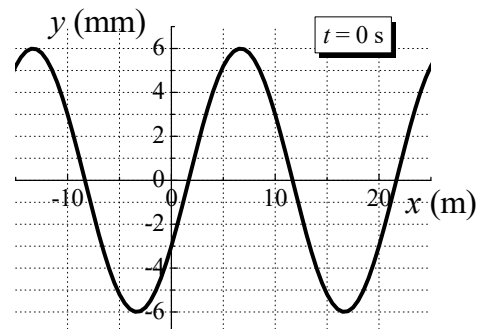
$$h = R - R_T = 6942701,05 - 6371000 = 571701,05 \text{ m}$$

- b) La energía total del satélite cuando está en la órbita viene dada por:

$$E = E_p + E_c = -G \frac{mM_T}{R} + \frac{1}{2} mv^2 = -\frac{1}{2} G \frac{mM_T}{R} = -1,66 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

Pregunta A.2 (2 puntos). Una onda armónica unidimensional se propaga a lo largo del sentido positivo del eje x con una velocidad de propagación de 1500 m s^{-1} , donde la gráfica adjunta muestra la elongación de la onda para el instante $t = 0 \text{ s}$.

- a) Determine el número de onda y la frecuencia angular de dicha onda.
- b) Obtenga la expresión matemática que represente dicha onda.



Solución:

- a) De la gráfica se obtiene que la longitud de onda (distancia mínima entre puntos de igual fase) es de 20 m. La frecuencia se calcula mediante:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1500}{20} = 75 \text{ Hz}$$

El número de onda es: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0,1 \pi \text{ m}^{-1}$

La frecuencia angular es: $\omega = 2\pi f = 150 \pi \text{ rad s}^{-1}$

- b) Al ser la velocidad de propagación positiva, la ecuación de la onda se puede escribir como:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi)$$

De la gráfica se obtiene que $A = 6 \cdot 10^{-3}$ m.

Para calcular la fase inicial, tomamos el punto $x = 0$ de la gráfica (para $t = 0$ s), donde la elongación vale $y(x, t) = -3 \cdot 10^{-3}$ m.

$$-3 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-3} \operatorname{sen}(150\pi \cdot 0 - 0,1 \cdot 0 + \varphi)$$

$$\operatorname{sen} \varphi = -0,5 \quad \varphi = -30^\circ = -\pi/6 \text{ rad, o } \varphi = 210^\circ = 7\pi/6 \text{ rad}$$

Para elegir entre esos dos valores, tomamos por ejemplo la elongación para $x = 5$ m:

$$y(5 \text{ m}, 0 \text{ s}) = 6 \cdot 10^{-3} \operatorname{sen}(150\pi \cdot 0 - 0,1\pi \cdot 5 - \pi / 6) = -5,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$y(5 \text{ m}, 0 \text{ s}) = 6 \cdot 10^{-3} \operatorname{sen}(150\pi \cdot 0 - 0,1\pi \cdot 5 + 7\pi / 6) = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Por tanto, y de acuerdo con la gráfica:

$$y(x, t) = 6 \cdot 10^{-3} \operatorname{sen}(150\pi \cdot t - 0,1\pi \cdot x + 7\pi / 6) \text{ m}$$

Pregunta A.3 (2 puntos). Un electrón e^- , situado inicialmente en el origen de coordenadas, se mueve con una velocidad inicial, $\vec{v}_0 = 2\vec{i}$ m s⁻¹, en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 3\vec{k}$ T y de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -\vec{i}$ N C⁻¹. Determine:

- La fuerza total sobre el electrón debida a los campos \vec{B} y \vec{E} , en el instante inicial.
- La diferencia de potencial entre los puntos (0, 0, 0) y (2, 0, 0) m, indicando el punto que está a mayor potencial. ¿Qué trabajo realiza la fuerza total que actúa sobre el electrón para desplazarlo desde el origen al punto (2, 0, 0) a lo largo del eje x?

Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) La fuerza magnética es: $\vec{F}_m = q(\vec{v}_0 \times \vec{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19} (2\vec{i} \times 3\vec{k}) = 9,6 \cdot 10^{-19} \vec{j}$ N

La fuerza eléctrica es: $\vec{F}_e = q\vec{E} = 1,6 \cdot 10^{-19} \vec{i}$ N

La fuerza total $\vec{F}_{total} = 1,6 \cdot 10^{-19} \vec{i} + 9,6 \cdot 10^{-19} \vec{j}$ N

- b) La diferencia de potencial entre los puntos (0, 0, 0) y (2, 0, 0) m:

En un campo uniforme, la diferencia de potencial entre dos puntos situados a lo largo de la dirección del campo viene dada por $\Delta V = E \cdot d = 2$ V. El sentido del campo es el de los potenciales decrecientes luego el punto que está a mayor potencial es el (2,0,0)

$$V_{(2,0,0)} - V_{(0,0,0)} = 2 \text{ V}$$

¿Qué trabajo realiza la fuerza total que actúa sobre el electrón para desplazarlo desde el origen al punto (2, 0, 0) a lo largo del eje x?

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es $W_{(0,0,0) \rightarrow (2,0,0)} = -e(V_{(0,0,0)} - V_{(2,0,0)}) = 3,2 \cdot 10^{-19}$ J

La fuerza magnética no realiza trabajo ya que la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares.

Pregunta A.4 (2 puntos). Un objeto real está situado 20 cm delante de una lente delgada planoconvexa, de 10 dioptrías de potencia e índice de refracción $n = 1,6$.

- Calcule el radio de curvatura de la cara esférica de la lente y la posición de la imagen.
- Si se utiliza la lente anterior como lupa, determine la posición en la que habría que situar el objeto para que la imagen formada fuera virtual y dos veces mayor.

- a) el radio de curvatura de la cara esférica de la lente:

$$P = 1/f'$$

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow 10 = 0,6 \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow r_2 = -0,06 \text{ m} = -6 \text{ cm}$$

si tomásemos $r_2 = \infty$ obtendríamos $r_1 = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$

Las dos soluciones serían correctas por ser lentes delgadas.

La posición de la imagen:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20} = \frac{1}{0,10} \rightarrow s' = 0,2 \text{ m}$$

- b) Si se utiliza la lente anterior como lupa, determine la posición en la que habría que situar el objeto para que la imagen formada fuera virtual y dos veces mayor.

$$\text{El aumento lateral: } m = \frac{s'}{s} = 2 \text{ (derecha y dos veces mayor)} \rightarrow s' = 2s$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,10} \rightarrow s = -0,05 \text{ m}$$

La posición del objeto:

$$s = -5 \text{ cm}$$

Pregunta A.5 (2 puntos). Un haz luminoso monocromático de 400 nm de longitud de onda incide sobre un material cuyo trabajo de extracción para el efecto fotoeléctrico es de 2,5 eV. Determine:

- a) La energía cinética máxima de los electrones extraídos y su longitud de onda de De Broglie. Si el haz incidente tiene una intensidad de $5 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$, determine:
- b) El número de fotones incidentes por unidad de tiempo y superficie y la energía por unidad de tiempo y de superficie de los electrones emitidos suponiendo que todos ellos salen con la energía cinética máxima.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa en reposo del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

- a) Se trata del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{hc}{\lambda} = E_c + \phi$$

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - \phi = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 9,725 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

A partir de la expresión de la longitud de onda de De Broglie y teniendo en cuenta que,

$E_c = 1/2mv^2$ y que $p = mv$, tenemos:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4,207 \cdot 10^{-25}} = 1,583 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

- b) El número de fotones incidentes por unidad de tiempo y superficie será:

$$n_e = \frac{I}{hc/\lambda} = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{4,97 \cdot 10^{-19}} = 1,005 \cdot 10^{10} \text{ fotones m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Suponiendo que cada fotón incidente extrae un electrón del metal, la energía por unidad de tiempo y superficie de los electrones emitidos es:

$$I_e = n_e E_c = 1,005 \cdot 10^{10} \cdot 9,725 \cdot 10^{-20} = 9,78 \cdot 10^{-10} \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Pregunta B.1 (2 puntos). Unos astrónomos han descubierto un nuevo sistema solar formado por una estrella de masa $6,0 \cdot 10^{30}$ kg, que desempeña el papel del sol, y un planeta que gira en torno a ella en una órbita circular, tardando 3 años terrestres en dar una vuelta completa.

- Determine la distancia a la que se encuentra el planeta del sol.
- Si en la superficie del planeta la aceleración de la gravedad es 15 m s^{-2} y la velocidad de escape es de $11,2 \text{ km s}^{-1}$, ¿cuánto valen la masa y el radio del planeta?

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

- Para que la trayectoria del planeta sea circular en torno al sol debe cumplirse:

$$F = G \frac{M_s \cdot M_p}{r_p^2} = M_p \frac{v^2}{r_p} \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{GM_s}{r_p}}$$

Por otro lado, como la velocidad de giro es constante:

$$v_p = \frac{2\pi r_p}{T_p}$$

$$\text{Por tanto: } v_p = \sqrt{\frac{GM_s}{r_p}} = \frac{2\pi r_p}{T_p} \Rightarrow \frac{GM_s}{r_p} = \left(\frac{2\pi r_p}{T_p}\right)^2 \Rightarrow r_p^3 = \frac{GM_s T_p^2}{4\pi^2} \Rightarrow r_p = \left(\frac{GM_s T_p^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{La distancia al sol es: } r_p = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,0 \cdot 10^{30} \cdot (3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = 4,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Luego el planeta está a $449 \cdot 10^6$ km del sol.

- Sabemos que la aceleración en la superficie del planeta está dada por la expresión:

$$g = \frac{GM_p}{R_p^2}$$

Por otro lado, la velocidad de escape en la superficie del planeta se obtiene haciendo que la energía mecánica de un objeto en su superficie sea cero:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_p m}{R_p} = 0 \Rightarrow v^2 = \frac{2GM_p}{R_p}$$

Combinando ambas expresiones:

$$\frac{g}{v^2} = \frac{\frac{GM_p}{R_p^2}}{\frac{2GM_p}{R_p}} = \frac{1}{2R_p} \Rightarrow \frac{v^2}{g} = 2R_p \Rightarrow R_p = \frac{v^2}{2g}$$

Luego:

$$R_p = \frac{(11,2 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 15} = 4,18 \cdot 10^6 \text{ m} = 4180 \text{ km}$$

Por otro lado, a partir de la expresión de la aceleración de la gravedad:

$$M_p = \frac{gR_p^2}{G} \Rightarrow M_p = \frac{15(4,18 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 39,32 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

Luego el radio del planeta es 4180 km y su masa es $3,93 \cdot 10^{24}$ kg.

Pregunta B.2 (2 puntos). Se mide el nivel de intensidad sonora de una sirena, considerada como foco puntual, a una distancia r alcanzando un valor de 50 dB. Al hacer la medición 5 m más cerca, en dirección radial, el nivel de intensidad medida es de 70 dB. Calcule:

- El valor de la distancia r .
- La intensidad de la onda sonora a esa distancia r y la potencia de la sirena.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$.

- El nivel de intensidad sonora en las dos posiciones:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \quad \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

$$\frac{10^{\beta_1/10}}{10^{\beta_2/10}} = \frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} = \frac{I_1}{I_2} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^{(\beta_1 - \beta_2)/10}$$

como la potencia es:

$$P = I_1 \cdot 4\pi r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2 \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

igualando las dos expresiones anteriores y teniendo en cuenta que, $r_2 = r - 5$ y $r_1 = r$

$$10^{(50-70)/10} = \frac{(r-5)^2}{r^2} \rightarrow r = 5,55 \text{ m}$$

- La intensidad de la onda sonora a esa distancia r y la potencia de la sirena.

la intensidad de la onda en r :

$$50 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \rightarrow I_1 = 10^5 I_0 = 10^{-7} \text{ Wm}^{-2}$$

y la potencia de la sirena:

$$P = I_1 \cdot 4\pi r^2 = 387,85 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

Pregunta B.3 (2 puntos). Dos cargas puntuales de +10 nC y -10 nC se encuentran situadas en el plano xy en las posiciones (0, -6) μm y (0, 6) μm , respectivamente. Calcule:

- El campo eléctrico y el potencial en la posición (8, 0) μm .
- El trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de +5 nC desde el punto (8, 0) μm hasta la posición (8, 6) μm

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

- Los campos eléctricos debidos a las dos cargas se representan en la figura. El módulo de ambos campos es igual y vale:

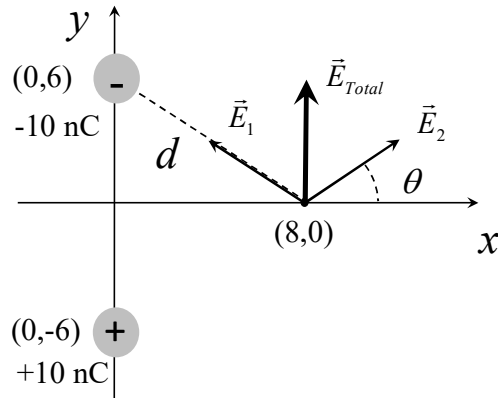
$$E = K \frac{q}{d^2} = 9 \cdot 10^{11} \text{ N C}^{-1}$$

donde $d = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \mu\text{m}$

El campo total será:

$$\vec{E}_T = 2E \text{ sen } \theta \vec{j} = 1,08 \cdot 10^{12} \vec{j} \text{ N C}^{-1}$$

donde $\theta = \text{arc tan}(6/8) = 36,9^\circ$



Por otra parte, el potencial debido a las dos cargas en el punto (8,0) será:

$$V_T = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{d_1} + K \frac{q_2}{d_2} = 0 \text{ V}$$

y es nulo al estar ambas cargas a la misma distancia y ser de igual valor absoluto y signo opuesto.

b) El potencial en el punto (8,6) será:

$$V(8,6) = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{d_1} + K \frac{q_2}{d_2} = -5,04 \cdot 10^6 \text{ V}$$

donde $d_1 = 14,4 \mu\text{m}$ y $d_2 = 8 \mu\text{m}$.

Finalmente, el trabajo para llevar una carga de +5 nC desde (8,0) hasta (8,6) valdrá:

$$W = q[V(8,0) - V(8,6)] = +0,025 \text{ J}$$

El trabajo es positivo porque lo realizan las fuerzas del campo

Pregunta B.4 (2 puntos). Un rayo de luz monocromático que se propaga por el medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,6$ con una longitud de onda 460 nm, incide sobre la superficie de separación con el medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,4$.

- Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la luz cuando se propaga en el segundo medio.
- Tras este segundo medio, la luz llega a un tercer medio de índice de refracción $n_3 = 1,2$ (ver figura). Determine el menor ángulo de incidencia del rayo en la superficie de separación entre los medios 1 y 2, para que, al llegar a la superficie de separación entre los medios 2 y 3, se inicie el fenómeno de la reflexión total. Explique en qué consiste este fenómeno.

$n_1 = 1,6$	medio 1
$n_2 = 1,4$	medio 2
$n_3 = 1,2$	medio 3

Dato: Velocidad de luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

a) Frecuencia de la luz en el segundo medio.-

La frecuencia no varía al cambiar la luz de medio. Por tanto, $f_2 = f_1$. Calculamos la frecuencia de la luz en el primer medio con la longitud de onda en este medio y su índice de refracción.

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \frac{c}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} \\ v_1 &= \lambda_1 \cdot f_1 \end{aligned} \right\} f_1 = \frac{c}{n_1 \cdot \lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 4,60 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4,08 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} \Rightarrow f_2 = 4,08 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

La longitud de onda en el segundo medio.-

Relacionamos la longitud de onda en el medio 1 con la del medio 2, por calcular la magnitud pedida directamente con los datos suministrados.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda \cdot f} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{n \cdot f} \quad \left. \vphantom{n = \frac{c}{v}} \right\} \begin{array}{l} \lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{n_1 \cdot \lambda_1}{n_2} = \frac{1,6 \cdot 4,60 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{1,4} = 5,26 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ f_1 = f_2 \end{array}$$

- b) Cuando un rayo incide sobre la superficie de separación entre dos medios, se generan dos. Un rayo reflejado que vuelve al medio del que proviene con un ángulo de reflexión igual al de incidencia (Ley de Snell para la reflexión) y otro rayo refractado en el segundo medio con un ángulo de refracción que cumple (Ley de Snell para la refracción):

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_i = n_2 \cdot \text{sen } \theta_r$$

De esa relación se deduce que el ángulo de refracción será menor al incidente si $n_1 < n_2$. Pero si $n_1 > n_2$, el ángulo de refracción será mayor que el de incidencia, creciendo según aumente éste y pudiendo llegar a ser 90° . El ángulo de incidencia que da lugar a ese ángulo de refracción de 90° se conoce como ángulo límite.

Si un rayo incidiese con un ángulo superior al límite, la parte del rayo que se refractaba ya no podrá hacerlo y se reflejará también. Es decir, en este caso, todo el rayo incidente se refleja.

Para determinar el menor ángulo con el que debe incidir el rayo en la superficie de separación entre los medios 1 y 2, calculamos el ángulo límite entre el medio 2 y el medio 3.

$$n_2 \cdot \text{sen } \theta_\ell = n_3 \cdot \text{sen } 90^\circ \Rightarrow \text{sen } \theta_\ell = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1,2}{1,4} \Rightarrow \theta_\ell = \text{arc sen} \left(\frac{1,2}{1,4} \right) = 58,997^\circ$$

Determinamos el ángulo de incidencia en el medio 1 que da lugar a un ángulo de refracción en el medio 2 igual al ángulo límite anterior.

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_L \Rightarrow \theta_1 = \text{arc sen} \left(\frac{n_2 \cdot \text{sen } \theta_L}{n_1} \right) = \text{arc sen} \left(\frac{n_2 \cdot n_3 / n_2}{n_1} \right) = \text{arc sen} \left(\frac{n_3}{n_1} \right) = \text{arc sen} \left(\frac{1,2}{1,6} \right) = 48,59^\circ$$

Ese ángulo de incidencia sobre el medio 2 hace que el rayo refractado al pasar de 2 a 3 se propague por la superficie de separación entre los dos medios. Si el ángulo de incidencia θ_1 fuese mayor, todo el rayo sufriría reflexión y volvería enteramente al medio 2. Este fenómeno se conoce como reflexión total.

Pregunta B.5 (2 puntos). Un isótopo radiactivo utilizado en medicina nuclear tiene una vida media de 6 h. Si se inyectara inicialmente a un paciente una cantidad de 1 mg de dicho isótopo:

- Calcule el periodo de semidesintegración del isótopo y la masa que queda en el paciente al cabo de un día.
- Defina qué es un becquerel y obtenga la actividad de la muestra a las 24 h.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Masa atómica del isótopo, $M = 98,90 \text{ u}$.

- a) La vida media τ es el tiempo medio necesario para que se produzca una desintegración y su valor coincide con la inversa de la constante radioactiva, λ . El periodo de semidesintegración $t_{1/2}$ es el tiempo necesario para que la cantidad de núcleos presentes se reduzca a la mitad.

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{63600} = 4,63 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda t_{1/2}}, \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ s}$$

La masa que queda en el paciente al cabo de un día es:

$$m_{(t=24\text{h})} = m_0 \cdot e^{-\lambda t}; m = 10^{-3} \cdot e^{-4} = 1,83 \cdot 10^{-5} \text{ g}$$

b) En el Sistema Internacional de Unidades, la unidad con que se mide la actividad es el becquerel, de símbolo Bq. Un becquerel es la actividad de una muestra radiactiva, en la que se produce una desintegración nuclear por segundo.

La actividad de una muestra mide el número de átomos que se desintegran por unidad de tiempo y se calcula a partir de la constante radiactiva.

$$N_{(24h)} = \frac{(1,83 \cdot 10^{-5})}{98,9} \frac{\text{g}}{\text{g/mol}} \cdot 6,02^{23} \text{ átomos / mol} = 1,11 \cdot 10^{17} \text{ átomos};$$

$$A_{t=24h} = \lambda \cdot N_{24h} = 4,63 \cdot 10^{-5} \cdot 1,11 \cdot 10^{17} = 5,16 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$